

電子束慢速軌道回饋系統簡介

曾繁信

國家同步輻射研究中心射束動力小組

軌道回饋系統是同步輻射光源中維持電子束軌道穩定，進而維持光源穩定的關鍵技術。對於加速器中的冷卻水系統或馬達運轉造成電子束軌道大於數十赫茲 (Hz) 的高頻擾動，可藉由快速軌道回饋系統 (Fast Orbit Feedback, FOFB) 進行壓抑。為了減少快速軌道回饋系統的負擔，對於溫度變化或插件磁鐵 (Insertion Devices, IDs) 運動時，造成小於 1 Hz 以下的低頻軌道擾動，國輻中心發展慢速軌道回饋系統 (Slow Orbit Feedback, SOFB) 來進行軌道穩定效果。本文將從系統原理、數學模型與模擬結果等方面來簡單介紹慢速軌道回饋系統。

慢速軌道回饋系統的工作原理可以分為系統組成和運作原理兩部分來說明。該系統主要由電子束位置監測器 (Beam Position Monitors, BPMs)、校正磁鐵 (corrector magnets) 和控制算法三個部分組成 [1]，BPMs 用於測量電子束在加速器中的實際位置，校正磁鐵則根據 BPMs 的測量結果調整電子束軌道。這些校正磁鐵位於插件磁鐵的兩端，並未被應用於快速軌道回饋系統中。而控制算法則採用奇異值分解 (Singular Value Decomposition, SVD) 的數學方法，計算出校正磁鐵的設定值。在運作過程中，系統首先由 BPMs 測量電子束的實際位置，然後將測量數據與預設的目標軌道進行比較，計算出位置偏差。接著，利用 SVD 算法計算出校正磁鐵的調整量，並將計算結果應用於校正磁鐵以調整電子束軌道。這一過程會不斷重複，從而實現穩定的回饋控制，維持電子束在預定軌道上的穩定性。

慢速軌道回饋系統的數學模型核心在於軌道響應矩陣 (Orbit Response Matrix, ORM)，該矩陣描述了校正磁鐵的調整量與電子軌道偏移量之間的關係 [2]。用符號表示時，軌道響應矩陣記為 R ，其數學表達式為：

$$\Delta x = R \cdot \Delta \theta$$

其中， Δx 是電子軌道的偏移量， $\Delta \theta$ 是校正磁鐵的調整量。由於軌道響應矩陣 R 通常是非方陣 (因為 BPM 的數量與校正磁鐵的數量不同)，或者即使是方陣也可能接近奇異，導致無法直接進行矩陣求逆，因此需要採用奇異值分解 (Singular Value Decomposition, SVD) 進行處理。SVD 將矩

陣 R 分解為：

$$R = U \cdot S \cdot V^T$$

其中 U 和 V 是正交矩陣， S 是對角矩陣。通過這種分解，可以計算出 R 的「偽逆」(pseudo-inverse)，記為 R^+ 。偽逆的計算方式為：

$$R^+ = V \cdot S^+ \cdot U^T$$

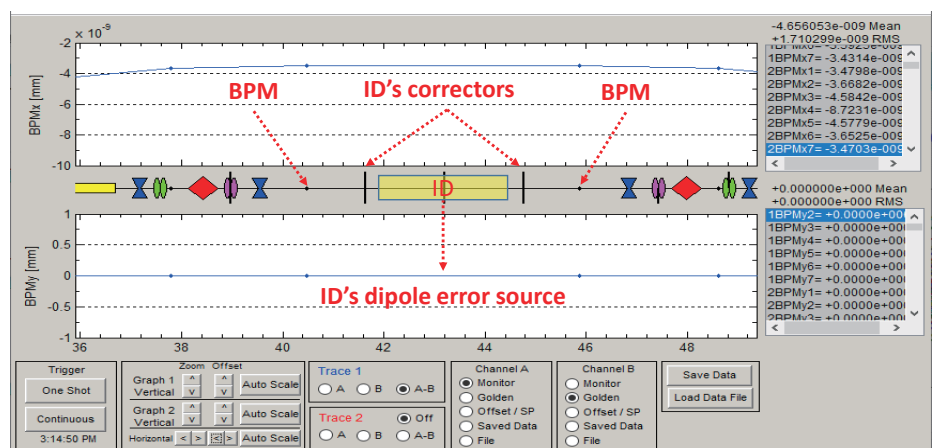
其中， S^+ 是 S 的偽逆矩陣，通過對 S 的對角元素取倒數得到。為了提高系統的穩定性，通常會設置一個截止參數，忽略小於某閾值的奇異值 [2]，以減少對雜訊的敏感性。

在運作流程中，首先獲取響應矩陣 R ，接著對 R 進行 SVD 分解，然後計算出 R 的偽逆 R^+ 。根據測得的軌道偏差 Δx ，利用公式：

$$\Delta \theta = R^+ \cdot \Delta x$$

計算所需的校正磁鐵強度。這種方法能夠在響應矩陣 R 不良的情況下，找到最小化軌道偏差的穩定解 (即最小平方解)。此外，SVD 還允許篩選掉那些對應微小奇異值的模式，這些模式通常對雜訊較為敏感或物理上不重要，從而提高了軌道校正的穩定性與效率 [2]。

慢速軌道回饋系統的架構如圖一所示，以 TPS MML (Matlab Middle Layer) 為架構介面 [3]，每條 ID 光束線的左右兩側均設有修正磁鐵與 BPMs。每個修正磁鐵都具備修正水平方向與垂直方向電子軌道的功能。在模擬中，於每個 ID 的中心放置了虛擬修正磁鐵，以模擬 ID 開關磁列間隙時所產生的二極誤差 (dipole error) 對電子軌道的影響。



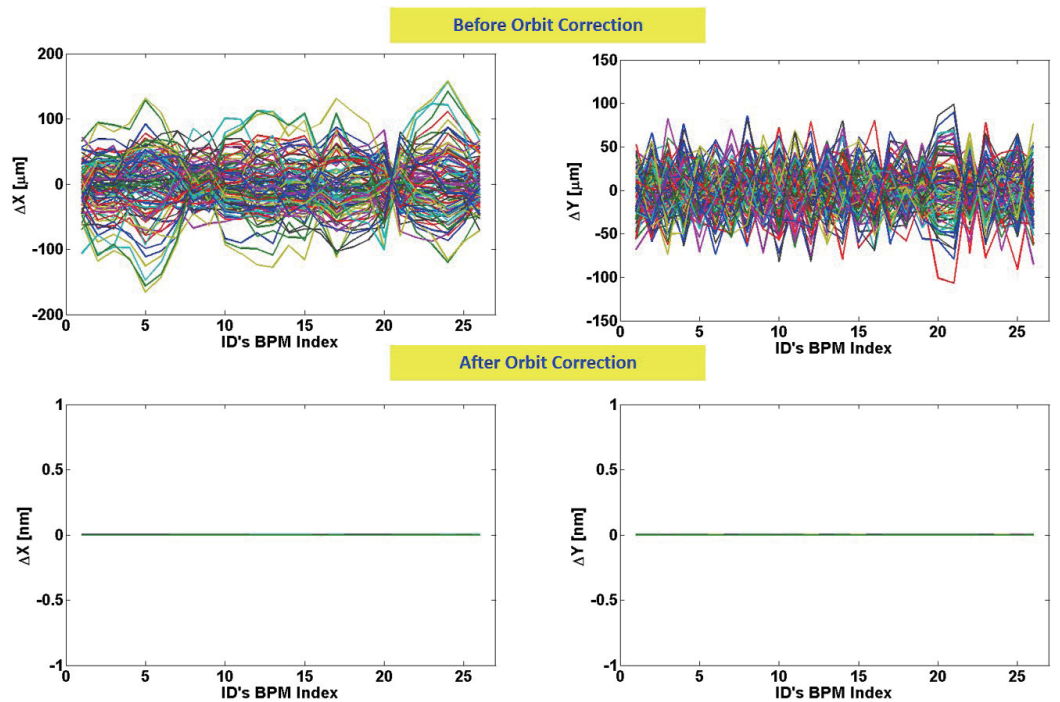
圖一 BPMs 與修正磁鐵的配置圖。

我們亦進行了慢速軌道回饋系統的模擬計算，模擬條件和模擬結果如下說明。模擬條件設定中，系統包含 13 條 ID 光束線，共計 26 個水平方向的修正磁鐵、26 個垂直方向的修正磁鐵以及 26 個 BPMs。模擬工具選用 Accelerator Toolbox (AT) [4]，透過這些修正磁鐵和 BPMs 所生成的軌道響應矩陣，結合 SVD (奇異值分解) 方法實現軌道修正。此次模擬執行了 100 組不同條件的模擬結果，目的是檢驗僅利用 ID 兩側的修正磁鐵是否足以消除因 ID 開關磁列間隙產生的軌道擾動。

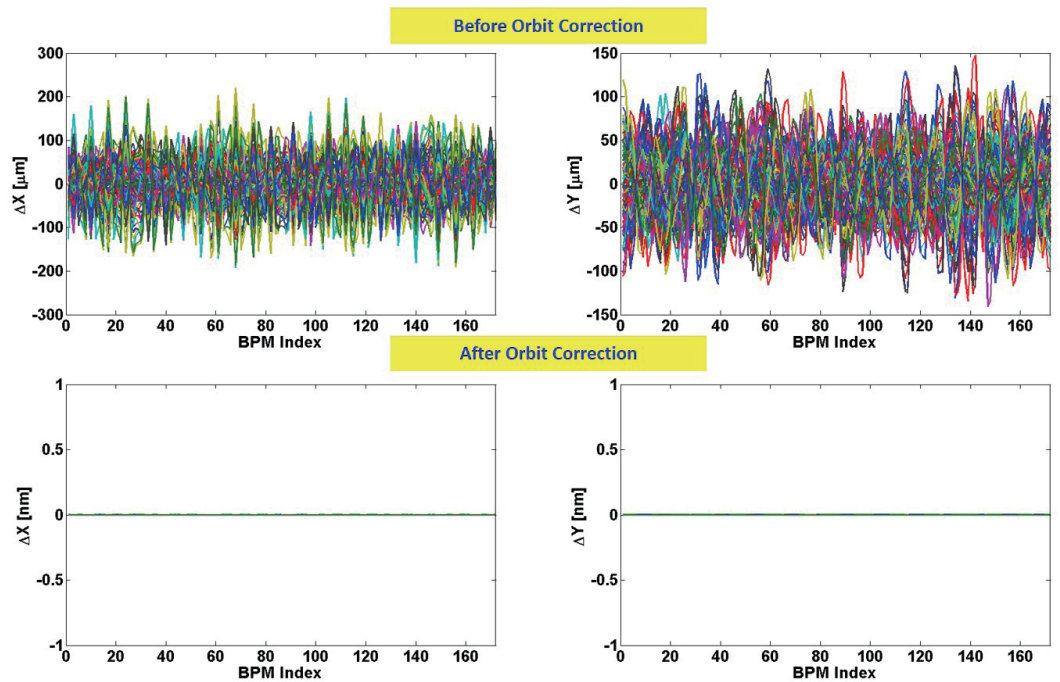
圖二之模擬結果顯示，在軌道修正之前，ID 開關磁列間隙引起的軌道擾動峰值在 BPMs 的觀測下約為 $\pm 150 \mu\text{m}$ (水平方向) 和 $\pm 100 \mu\text{m}$ (垂直方向)。經過修正後，無論是水平還是垂直方向，軌道擾動均大幅降低至儀器可量測的背景值內，顯示僅依賴每個 ID 兩側的修正磁鐵即可有效消除因 ID 操作產生的軌道擾動。為了進一步確認軌道修正的全面性，將全環 BPMs 的數據彙整於圖三中，結果顯示修正後的水平方向與垂直方向軌道均接近於零。

由此可知，僅使用 ID 兩端的 BPMs 作為修正指標，即可確保軌道擾動不會對附近軌道產生影響。國輻中心建置的慢速軌道回饋系統因此只需依賴 IDs 附近的 BPMs，而無需使用全環 BPMs，即可實現高效且穩定的軌道修正效果。

由模擬結果得知，這樣架構下的軌道修正方式是完全可行的。此系統目前已於 TPS 上進行初步的測試，並獲得不錯的結果，但仍需要長時間測試與驗證後，才會將其實際應用於日常的加速器運轉上。因此我們可以預期，此慢速軌道回饋系統在維持同步輻射光源和加速器中電子束軌道穩定性方面可以發揮重要作用，且當同時與快速軌道回饋系統協同工作時，應可實現更全面的穩定性保障。



圖二 軌道修正前後的比較圖 (在 ID 兩側的 BPMs)。



圖三 軌道修正前後的比較圖 (全環的 BPMs)。

參考文獻：

1. G. Portmann *et al.*, Proceedings of PAC (2001).
2. R. Bartolini *et al.*, Proceedings of PAC (1999).
3. G. Portmann *et al.*, Proceedings of PAC (2005).
4. A. Terebilo, SLAC-PUB-8732 (2001).